受験番号	数学教育領域

令和８年度
筑波大学大学院　教育学学位プログラム　博士前期課程
次世代学校教育創成サブプログラム入学試験問題（10月実施）

専門科目

（１３：００～１５：００）

解答要領

次の事項に注意して解答しなさい。

１．「解答はじめ」の合図があるまでは解答を始めてはいけません。

２．「解答やめ」の合図があれば直ちに筆記用具を置いてください。合図の後も筆記用具を持っている場合には不正行為と見なします。

３．専門科目の問題には、「教科教育に関する問題」が３題と「教科専門に関する問題」が２題あります。すべての問題に解答してください。解答用紙は問題ごとに１枚ずつ使用し、それぞれに問題番号を明記してください。

４．「教科教育に関する問題」の問１と問２はます目のある解答用紙を使用してください。「教科教育に関する問題」の問３と「教科専門に関する問題」は白紙の解答用紙を使用してください。

５．「教科専門に関する問題」の解答用紙を裏面まで使用する場合、表面にその旨を明記してください。

６．解答要領、問題用紙、解答用紙、および下書き用紙をすべて提出してください。解答要領、問題用紙、および解答用紙のホチキス止めは外さないでください。

７．日本語で解答してください。

【 令和８年度筑波大学大学院教育学学位プログラム博士前期課程
次世代学校教育創成サブプログラム入学試験問題 】

数学教育領域

専門科目（教科教育に関する問題）　　　　　　　　　　　　３枚のうち１枚目

問 1.　 算数・数学科の教育目標の１つとして，統合的に考察する力を育成することが挙げられる．統合的に考察するとはどのような活動か，例を挙げながら説明しなさい.（400 字以内）

問２．次の用語から１つを選択し，その意味を説明しなさい.　　（200 字以内）

a. 単位の考え

b. 解析幾何

c. 数学教育改良運動

【 令和８年度筑波大学大学院教育学学位プログラム博士前期課程
次世代学校教育創成サブプログラム入学試験問題 】

数学教育領域

専門科目（教科教育に関する問題）　３枚のうち２枚目

問３．次の英文を日本語に全訳しなさい．

（著作権法に基づき削除）

出典：Arnesen, K. K., & Skartsæterhagen, Ø. I. (2025). Mathematical induction in education research: A systematic review. *Educational Studies in Mathematics, 119*(1), p. 79.

【 令和８年度筑波大学大学院教育学学位プログラム博士前期課程
次世代学校教育創成サブプログラム入学試験問題 】

数学教育領域

専門科目（教科専門に関する問題）　　３枚のうち３枚目

(I)　実 3 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 19 & 8 \\ 1 & 2 & 1 \\ -14 & -30 & -12 \end{pmatrix}$$

と A が与える 3 次元数ベクトル空間 $\mathbb{R}^3$ の上の線形変換

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$$

について以下の問いに答えよ.

(1) A の階数 $\operatorname{rank} A$ を求めよ.

(2) f の像 $\operatorname{Im} f = \{\, f(\boldsymbol{x}) \mid \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 \,\}$ の次元と１組の基底を求めよ.

(3) f の核 $\operatorname{Ker} f = \{\, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 \mid f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \,\}$ の次元と１組の基底を求めよ.

(4) $\operatorname{Im} f \cap \operatorname{Ker} f = \{\, \boldsymbol{0} \,\}$ が成り立つことを示せ.

(II)　以下の問いに答えよ。

1. $a < b$ とする。関数 $f(x)$ は開区間 $I = (a, b)$ において微分可能であるとする。I の任意の点 c について $f'(c) > 0$ であるとき，関数 $f(x)$ は I において単調増加であることを，平均値の定理を用いて示せ。

2. $\alpha > 1$ のとき，無限和 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ は収束することを示せ。

3. 重積分 $\displaystyle\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)}\, dxdy$ を考えることにより，広義積分 $\displaystyle J = \int_0^{\infty} e^{-x^2}\, dx$ を計算せよ。

令和8年度入学試験（10月実施）
専門科目（数学教育領域）
解答例（採点基準）・出題意図

●10 月期●

○専門科目（教科教育に関する問題）○

問１
【採点基準】
統合的に考察するとは，一般に，異なる複数の事柄をある観点から捉え，それらに共通点を見いだして一つのものとして捉え直すことであり，その例として，集合による統合，拡張による統合，補完による統合が挙げられる。このことを具体的に説明できているかを採点基準とした。
【出題意図】
優れた数学科教師を志し，数学教育の研究を遂行するにあたって基盤となる知識と思考力・論述力を問うことを目的とした。

問２
【採点基準】
示された用語の意味を数学教育の文脈で的確に説明できているかを採点基準とした。
【出題意図】
優れた数学科教師を志し，数学教育の研究を遂行するにあたって基盤となる知識を問うことを目的とした。

問３
【解答例（採点基準）】
著作権に関わる問題のため省略
【出題意図】
近年の数学教育学では海外の文献を参照しながら研究を遂行することが必須であり，本問題はそのために必要となる英語の読解力を問うことを目的とした。

○専門科目（教科専門に関する問題）○

（Ⅰ）
【出題意図】
優れた数学科教師を志し，本数学教育領域で研究を行うにあたって基盤となる線形代数の知識を問うことを目的とした。
（Ⅱ）
【出題意図】
優れた数学科教師を志し，本数学教育領域で研究を行うにあたって基盤となる微積分の知識を問うことを目的とした。

(**I**)

(1) A を行基本変形で階段行列にすると $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ となる。　よって rank A=2.

(2) (1) の結果より、Im f の次元は rank$A = 2$. その基底として $\begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ -14 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 19 \\ 2 \\ -30 \end{pmatrix}$ が取れる。

(3) 次元定理より dim Ker $f = 3 - 2 = 1$. (1) の結果より Ker f の元 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ は $x + 3z = 0$, $y - z = 0$ を満たす。よって Ker f の基底として $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ が取れる。

(4) 行列 $\begin{pmatrix} 9 & 19 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -14 & -30 & 1 \end{pmatrix}$ の階数を求めると 3 である。よってこれらのベクトルは 1 次独立であり、これより Im $f \cap$ Ker $f = \{\mathbf{0}\}$ が言える。

(**II**)

1. $x_1, x_2 \in I,\ x_1 < x_2$ であるとする。 平均値の定理より、$\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c),\ x_1 < c < x_2$ をみたす c が存在する。これより $f(x_2) > f(x_1)$ が言える。

2.

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} \\ =&1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} \leq 1 + \int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha} dx = 1 + \Big[\frac{1}{1-\alpha} x^{-\alpha+1}\Big]_1^\infty \\ =&1 + \frac{1}{\alpha - 1}. \end{aligned}$$

よって収束する。

(3)

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dxdy = \int_0^\infty e^{-x^2} dx \int_0^\infty e^{-y^2} dy = J^2$$

である。$x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta$ とおいて置換積分をすると

$$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dxdy = \int_0^{\pi/2} \int_0^\infty e^{-r^2} r dr d\theta = \left[-\frac{1}{2} e^{-r^2}\right]_0^\infty \cdot \pi/2 = \pi/4.$$

よって $J = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.